Les commentaires et l'œuvre

Les textes que nous présentons s'inscrivent dans la tradition savante de l'Inde, où la transmission orale joue un rôle fondamental. Les deux traités de Bhāskara devaient être appris par cœur, avant toutes choses, par les disciples des commentateurs qui leur en faisaient un commentaire oral ; il faut avoir ce fait présent à l'esprit pour comprendre que le commentateur peut, parfois, s'appuyer sur une règle qui se trouve située après le passage qu'il commente.

La version écrite des commentaires reflète très fortement ce style oral et s'apparente parfois plus à des notes de cours qu'à un texte construit pour l'écrit : phrases réduites au minimum, voire elliptiques, explications très peu développées.

Les œuvres se présentent comme une suite de règles suivies d'exemples pour chacune ; les commentaires adoptent la même présentation. On aura donc :

– une citation complète ou abrégée de la règle.
– des explications tant sémantiques que mathématiques de la règle avec, parfois – surtout dans le commentaire sur le *Bījagaṇita* – une justification ou une preuve.
– une citation de l'exemple.
– une résolution du problème posé dans l'exemple, en citant à chaque étape la partie de la règle qui est utilisée.

Ce schéma n'est pas d'une rigidité absolue : certaines règles font l'objet d'une explication minimale, d'autres ne sont pas expliquées. Parfois le commentateur fait une digression ou ajoute une explication supplémentaire en citant une autre œuvre, malheureusement sans référence la plupart du temps ; parfois même, il ajoute un exemple élémentaire pour illustrer son explication. Tous les exemples ne sont pas traités, un simple *« spaṣṭam »* (évident), est parfois donné.

Explication de texte

Ordre des mots

La première explication que peut donner un commentateur concerne l'ordre des mots. En sanskrit, celui-ci n'est pas aussi significatif qu'en français et le poète ne se prive pas de la possibilité qui lui est donnée de composer son texte en fonction de l'effet recherché, rythmes, allitérations, voire simplement des contraintes de la métrique. Le commentateur présente le vers, ou une partie de celui-ci, en prose, dans un ordre conforme à son style personnel et ajoute quelques mots de liaison ou des mots que le poète sous-entend.

Voici, par exemple, la règle définissant la somme des *karaṇī* dans le *Bījagaṇita*, formule 30, p. 239[14] :

yogaṃ karaṇyor mahatīṃ prakalpya
   ghātasya mūlaṃ dviguṇaṃ laghuṃ ca
yoga‿antare rūpavad etayoḥ staḥ
la-somme de-deux-*karaṇī* pour-*mahatī* ayant-choisi
   du-produit la-racine doublée pour-*laghu* et
la-somme-et-la-différence comme-pour-les-entiers des-deux sont.

Et voici le début de son commentaire par Sūryadāsa :

[14]Le sanskrit n'ayant pas d'article et exprimant les relations syntaxiques par des désinences, les mots du texte français correspondant à un mot du texte sanskrit sont reliés par des traits d'union, ainsi : « la-somme » traduit le mot *yogaṃ*, « de-deux-*karaṇī* », le mot *karaṇyor (karaṇī+or)* c'est-à-dire le mot *karaṇī* avec sa désinence de génitif duel. En sanskrit, comme en grec ou en breton, les lettres changent de registre en fonction de celui de la lettre qui suit, ainsi *rūpavat* a-t-il deux orthographes, suivant que la lettre qui suit est sonore : « e », ou sourde : « s ». On a mis en caractères gras les mots que le commentateur a ajoutés ou changés.

karaṇyor yogaṃ mahatīṃ prakalpya
tathā karaṇyor vadhasya *mūlaṃ dviguṇaṃ laghuṃ ca* ***prakalpya***
tayor *yoga‿antare rūpavat staḥ*

de-deux-*karaṇī* la-somme pour-*mahatī* ayant-choisi,
de-même, **de-deux-*karaṇī* du-produit** la-racine doublée pour-*laghu* et **ayant-choisi**,
des-deux la-somme-et-la-différence comme-pour-les-entiers sont.

Les deux premiers mots ont été inversés, plaçant ainsi le mot *karaṇī*, au génitif, avant le mot dont il dépend, comme c'est l'usage ; la première phrase a été dédoublée par la répétition du verbe et l'ajout d'un coordonnant supplémentaire : « de même » ; le mot *karaṇī*, au génitif, a été ajouté dans la deuxième phrase et placé devant le mot dont il dépend : *vadha*, synonyme du mot *ghāta*, produit. Dans la proposition principale, le pronom *etayor*, démonstratif prochain, a été remplacé par un autre, *tayor*, démonstratif lointain, et mis avant le mot dont il dépend ; aucune explication concernant les mots qu'il remplace n'est encore donnée. À la suite de cette remise en ordre, le commentateur conclut généralement : *« telle est la construction. »* Il est difficile de donner, en français, deux traductions différentes, surtout quand il n'y a aucun mot ajouté ou remplacé, comme cela arrive souvent !

Sens des mots

À la suite de ce même passage vient un autre type d'explication : *mahatī* et *laghu* sont, en sanskrit, des mots exprimant les qualités de grandeur et de petitesse ; Sūryadāsa nous explique comment il faut les comprendre ici : *« On choisira le nom technique* mahatī *pour la somme de deux* karaṇī *»* et, de même : *« après avoir calculé le double de la racine du produit des deux* karaṇī*, on choisira dans ce cas le nom technique* laghu *»* (*Sūryaprakāśa*, p. 239). Tout en nous expliquant les opérations mathématiques, qui sont l'objet de ce chapitre, il nous indique qu'il faut attribuer à ces deux mots un sens technique précis.

Un autre procédé, pour marquer l'emploi d'un mot dans un sens technique qu'il n'a pas habituellement, consiste à le gloser dans le courant d'une explication ; ainsi : le verbe *śudhyati* s'emploie normalement au sens de soustraire – la racine ŚUDH signifie purifier – mais il prend, parfois, un sens technique plus précis exprimant que l'opération est sans reste ; le commentateur présentera ses explications de cette manière (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 79) : *« Le multiplicateur* bhaktaḥ *divisé,* yena *par un nombre,* **śudhyati** *est sans reste. »*

Dans cet exemple, avec les mots *bhaktaḥ* et *yena*, on a un exemple de la glose la plus couramment employée dans les commentaires : le commentateur cite le mot du texte et lui juxtapose un synonyme au même cas ; ici, le participe passé *bhaktaḥ* (divisé) est suivi d'un autre participe passé construit sur la même racine verbale, mais au causatif : *vibhājitaḥ* (litt. fait divisé).

Pour le pronom relatif *yena*, Gaṅgādhara lui appose un nom au même cas – *aṅkena* (par un nombre) – qu'il faut comprendre comme étant l'antécédent de ce pronom, sous-entendu dans le vers qu'il explique, mais il ne donne aucune explication de ce genre. Une traduction littérale du vers et de sa glose serait celle-ci :

vers : *le multiplicande est multiplié par celui-là par lequel le multiplicateur est divisé...*

glose : *le multiplicateur **divisé** fait divisé **par lequel** par un nombre (...) **par celui-là** par le diviseur considéré auparavant, le multiplicande est multiplié...* (on a mis en gras les mots du texte que le commentateur reprend pour les expliquer ; dans la traduction ces mots sont cités en sanskrit).

Les grammairiens indiens utilisent des termes techniques pour décrire ces constructions des commentaires : le mot du texte cité s'appelle *pratīka* (image) et le procédé syntaxique : *sāmānādhikaraṇya* (communauté de référence). On peut consulter sur ce sujet la *Terminologie grammaticale du sanskrit* de Louis Renou (RENOU, 1957) et la *Grammaire sanskrite pâninéenne* de M. P-S. Filliozat (FILLIOZAT, 1988).

Pour la traduction de ces passages nous avons adopté la disposition suggérée par M. P-S. Filliozat, dans l'ouvrage cité plus haut : l'image du mot du texte, le *pratīka*, est cité en sanskrit, en caractères gras, et la glose est traduite en français ; la ponctuation est celle que nous avons cru devoir donner à la traduction du commentaire, en faisant abstraction du *pratīka*, c'est-à-dire que nous n'avons pas fait suivre celui-ci de la glose entre virgules, cette disposition correspondant, en français, à l'apposition et il ne semble pas que ce soit toujours le cas dans l'esprit des commentateurs indiens.

L'explication d'un mot par une glose apporte aussi des précisions, en fonction du contexte : le mot *phalam* signifie fruit et désigne en général le résultat d'une opération quelle qu'elle soit ; dans son commentaire sur la règle de la racine cubique, Gaṅgādhara glose *phalam*, employé par Bhāskara, par quotient *(labdham)*, parce que l'opération exécutée est une division : *« Une fois divisé, il y a destruction du diviseur. On écrira* phalam *le quotient,* tu *à nouveau,* paṅktyām *au début de la racine cubique précédemment obtenue »* (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 111).

Un autre exemple d'explication d'un mot en fonction du contexte nous est donné par Sūryadāsa quand il commente la manière de multiplier les inconnues : la règle indique comment procéder avec des inconnues de classes différentes *(asamajāti)*, le commentaire précise alors ce que l'on entend par là, en nommant les différentes inconnues à la suite de la citation du mot du texte : *« Dans la multiplication l'un par l'autre,* **asamajātikānām** *de « autant que », « noir », « bleu », etc. »* (*Sūryaprakāśa*, p. 224).

Le sanskrit fait un usage important de nombreux petits mots de liaison, souvent explétifs, mais qui, dans le style très ramassé de ces œuvres, peuvent prendre un sens important ; le commentateur attire alors notre attention sur l'importance particulière qu'ils peuvent avoir à certains endroits.

Ainsi Bhāskara, dans sa règle sur le calcul du carré (*Līlāvatī*, formule 19, p. 89), utilise-t-il la particule *atha*, mot passe-partout que l'on traduit généralement par maintenant ou alors. Gaṅgādhara nous fait remarquer que ce mot, dans ce cas, sert à introduire une nouvelle procédure de calcul : « **atha** *annonce une autre procédure* » (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 89).

D'autres mots du même type : *evam* ou *tathā* (ainsi, de même), peuvent, dans certains contextes, prendre un sens plus précis et signifier *« de la même manière »*, ou donner lieu à de plus grands développements ; le commentateur, dans ce cas, glosera cette particule. Par exemple, dans la règle de la racine cubique (*Līlāvatī*, formule 29, p. 110), Bhāskara prescrit de réitérer l'opération qu'il vient de décrire en utilisant une expression d'un laconisme désarmant : *« et ensuite à nouveau, de même* (evam) » ; Gaṅgādhara glose : « **evam**, *selon la méthode qui a été dite* » (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 111). Dans cette même formule de la racine cubique, Bhāskara, qui a le sens de la formule condensée, décrit comment préparer un nombre dont on veut extraire la racine, en repérant ses chiffres suivant qu'ils occupent dans le nombre une position *« cube »* ou *« non-cube »*, c'est-à-dire qu'il faut découper le nombre en tranche de trois chiffres, à partir de la droite : *« Le premier est un rang cube, puis deux sont des non-cubes et, à nouveau, de même* (punas tathā) *»*. Gaṅgādhara nous explique comment comprendre ce *« à nouveau, de même »* : « *Parce qu'il y a la mention :* **punas tathā** *on doit déterminer chacun, dans cette ligne, autant qu'elle le permet, jusqu'au dernier* » (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 111).

Même le mot « et » *(ca)*, peut devenir le sujet d'une glose. En posant son exemple pour la multiplication, Bhāskara termine : « ***et*** *ceux qui ont été multipliés, divisés par le multiplicateur, dis combien ils produisent* » (*Līlāvatī*, formule 17, p. 83). Le commentaire relève le mot *et* : « *Le mot* **et** *fait comprendre le sens d'une interrogation relative à d'autres exemples* » (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 83) ; il faudra s'en souvenir à propos de la règle de division pour laquelle aucun exemple particulier n'est proposé.

Une autre classe de mots dont le sanskrit fait un grand usage est constituée des pronoms, des adverbes de lieu *atra* (ici), *tatra* (là) du mot *ādi* (etc.). Le commentaire nous vient, parfois, en aide.

Dans l'exemple utilisé pour illustrer un commentaire sur l'ordre des mots (p. 32), il y a un pronom : *etayoḥ*, dont la signification peut être ambiguë : renvoie-t-il aux deux *karaṇī* ou bien aux objets que l'on vient de construire : *mahatī* et *laghu*? Sūryadāsa nous vient en aide : « *on fera ensuite la somme ou la différence des deux* (tayoḥ)*,* mahatī *et* laghu*, comme pour les nombres manifestés* » (*Sūryaprakāśa*, p. 239).

La règle pour l'addition des inconnues ne comporte qu'un pronom pour indiquer à quels objets elle s'applique : *teṣu* (parmi elles) ; le commentateur commence son explication en changeant l'ordre des mots, puis il précise : « **teṣu** *: parmi les couleurs* » (*Sūryaprakāśa*, p. 220).

Si, pour ces deux exemples, on peut trouver, sans explications supplémentaires, à quoi renvoient les pronoms, il y a des cas où cela est impossible. Dans la règle pour la multiplication des inconnues, Bhāskara nous explique comment procéder quand celles-ci sont de classes différentes : « *dans la multiplication de classes non identiques, [on aura] « cela-produit* (tad-bhāvitam) » (*Bījagaṇita*, formule 21, p. 223) et Sūryadāsa donne une interprétation du pronom *tat* qui est insoupçonnable à l'examen du seul texte de Bhāskara : *« ici, par le mot « cela » [on comprend] : une lettre du nom de celui par lequel on multiplie ainsi qu'une lettre du nom de l'autre* » (*Sūryaprakāśa*, p. 224), ce qui nous donne la description du formalisme servant à noter ces produits. On peut soulever la question de savoir si cette interprétation est la traduction de la pensée de Bhāskara, ou bien si Sūryadāsa ne nous livre pas ici l'expression du formalisme en usage à son époque. Pour répondre, il faudrait avoir un commentaire antérieur au sien et il semble, malheureusement, qu'aucun ne nous soit parvenu.

La glose des adverbes de lieu, *atra, tatra* (ici, là), qui sont très souvent employés, apporte souvent une précision utile quant à l'enchaînement des idées. Par exemple, après la règle de division dans la *Līlāvatī*, Bhāskara ajoute une phrase en prose : *« Ici* (atra)*, on pose les nombres qui ont été multipliés dans l'exemple précédent... »* (*Līlāvatī*, p. 87). Gaṅgādhara explique le rôle de cette phrase en disant ce qu'il faut entendre par *« ici »* : *«* **atra***, dans l'exemple de division... »* (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 87), ce qui est une précision utile, la règle de division n'étant suivie, à la différence des autres règles, d'aucun énoncé d'exemple.

Le mot *ādi* (commencement) s'emploie régulièrement en fin de composé pour signifier le début d'une liste, on le traduit en général par « etc. » : *« vadha‿ādau*[15] *(...) khasya...* (dans la multiplica-

[15] *ādi* au locatif.

tion, etc. de zéro) » (*Bījagaṇita*, formule 14, p. 214) ; Sūryadāsa glose : *« Ici par le mot « etc », on doit comprendre qu'il en est de même pour la division, le carré et la racine carrée »* (*Sūryaprakāśa*, p. 214), ce qui précise le champ d'application de la règle.

On peut aussi, dans une même règle, avoir deux *ādi* successifs, lesquels sous-entendent des énumérations qui se répondent terme à terme : *« dans le produit de celles d'une même classe, qui sont deux, trois, etc., on aura alors leur carré, cube, etc. »* (*Bījagaṇita* 21, p. 223). Sūryadāsa explique d'abord le sens qu'il faut donner au premier *ādi* en glosant le composé auquel il appartient : *« Deux et trois, ceux qui ont un tel début sont quatre, cinq, etc. »* (*Sūryaprakāśa*, p. 223), puis il montre la correspondance entre les deux *ādi* : *« Ici, dans les deux cas, à cause du mot* ādi*, on a le sens : dans le produit de quatre, cinq, etc. [éléments de classes] identiques on obtient le carré du carré, le cube de cube, etc. »* On apprend à cette occasion que la composition des puissances est possible, bien que la correspondance entre les nombres et les puissances obtenues ne soit pas tout à fait respectée : on aurait dû avoir le carré du carré, le carré du cube, etc.

S'il y a une particule souvent employée dans le discours, c'est *eva* (assurément) ; elle peut avoir un sens limitatif : « seulement, et pas autre chose ». Dans son commentaire sur le *kuṭṭaka*, Sūryadāsa relève un emploi de ce mot avec ce sens limitatif qui apporte une information importante sur l'usage des règles qui viennent d'être énoncées : *« Il en est ainsi seulement* (eva) *quand les quotients seront [en nombre] pair »* dit la règle (*Bījagaṇita* 57, p. 299) ; et le commentateur de préciser : *« Par la particule* eva*, est faite une limitation : il y aura ladite variété de procédure seulement alors »* et il développe à la suite la procédure à suivre selon que le nombre d'opérations effectuées est pair ou impair (*Sūryaprakāśa* p. 299).

Grammaire

Un commentateur, par sa formation de *paṇḍit*, est un grammairien et un texte sanskrit ne se commente pas sans recours à la grammaire et à, au moins, deux de ses traités fondamentaux : la grammaire de Pāṇini et son commentaire par Patañjali, le *Mahābhāṣya*.

On trouvera un exposé clair sur le rôle de ces deux œuvres dans la littérature sanskrite dans la *Grammaire sanskrite pâninéenne* de M. P-S. Filliozat (Filliozat, 1988).

Un trait caractéristique du sanskrit est la formation de mots composés, parfois très longs, par la simple juxtaposition de mots liés entre eux par les seules règles de la phonétique, ce qui a pour effet de faire perdre toute dépendance syntaxique entre eux. Le commentaire, dans certains cas, rétablit ces relations et, ce faisant, indique à quel type de composé nous avons affaire.

Le procédé employé est quelque peu déroutant pour le lecteur qui n'a pas reçu la formation encyclopédique du *paṇḍit*, car le commentateur juxtapose au composé qu'il analyse – avant ou après – les mots du composé, ou des synonymes, en rétablissant les relations syntaxiques qu'ils entretiennent entre eux et en indiquant aussi la relation syntaxique du composé avec le reste de la phrase. L'ensemble de la glose suit le mode d'exposition des traités de grammaire quand ils décrivent la formation du composé qui est analysé. À la lecture de cette glose – ou plutôt à l'audition de celle-ci, car les commentaires sont surtout des enseignements oraux – le disciple, qui connaît par cœur les traités de grammaire, reconnaît immédiatement de quel type de composé il s'agit.

Pour la clarté du texte en français, la traduction indique le nom du composé entre parenthèses, mais il faut garder présent à l'esprit que celui-ci n'est pas dans le texte sanskrit.

Voici quelques exemples.

Comme application de la règle de calcul du carré des *karaṇī*, Bhāskara propose de faire le calcul en utilisant trois *karaṇī* dont deux sont positives et une est négative ; dans son énoncé, il emploie le composé *svasvarṇaga : sva-sva-ṛṇaga* (positif, positif, négatif) : *« dvikatripañcapramitāḥ karaṇyaḥ svasvarṇagā vyastadhanarṇagā vā »* (des *karaṇī* sont mesurées par deux, trois et cinq, elles sont positive, positive et négative, ou bien les positives et les négatives sont inversées) (*Bījagaṇita* 43, p. 279). Sūryadāsa glose : *« svaṃ ca svaṃ ca ṛṇagatā ca svasvarṇagāḥ »*, littéralement : *« et positif et positif et négatif :* svasvarṇagāḥ *»*. Par cette explication, le disciple entend que le poète a utilisé ici un composé de type *dvandva*, c'est-à-dire un composé mis à la place de deux ou plusieurs noms portant tous la même désinence et formant un groupe ayant un même rapport avec l'action décrite dans la phrase. On traduit alors en mettant le nom du composé entre parenthèses : « *positive et positive et négative :* svasvarṇagāḥ (comp. *dvandva*) ». Le commentateur complète son explication en ajoutant : « *deux* karaṇī *sont positives et l'une est négative, tel est le sens.* »

Un autre type de composé est le composé possessif, ou attributif ; il est équivalent à une proposition relative dont la fonction dans la phrase dépend du contexte. Il porte le nom d'un exemple d'une telle formation : *bahu-vrīhi* (qui a beaucoup de riz). Nous avons un exemple d'un tel composé, glosé par Sūryadāsa, dans le *Sūryaprakāśa* (p. 223), il s'agit du composé *dvitryādikānām*, formé de trois mots : *dvi*, deux, *tri*, trois, *ādi*, début, et terminé par un suffixe, *ka* ; il est au génitif pluriel, puisqu'il qualifie un mot lui-même à ce cas, voulu par sa fonction dans la phrase.

Sūryadāsa commence par citer textuellement les deux demi-vers qu'il va expliquer : « *Dans le produit de celles d'une même classe, qui sont deux, trois, etc., on aura alors leur carré, cube, etc.* » et il enchaîne la glose du composé qui nous intéresse en deux temps : il analyse la partie *dvi-tri* comme un composé *dvandva* en utilisant la méthode que nous avons vue plus haut : « *et deux et trois* (dvau ca trayaś ca) », puis il construit *ādi* dans la relative à laquelle ce composé se substitue : « *ceux dont le début est ainsi* (ādayo yeṣāṃ ta evaṃbhūtāḥ) », enfin il explique ce que l'on doit comprendre : « *sont quatre, cinq, etc.* (catuḥpañcādyāḥ) ». La fonction du composé est indiquée dans la phrase suivante où Sūryadāsa utilise un pronom qui reprend le composé, au génitif pluriel, comme le composé : « *quand on fait une multiplication de celles-ci...* (teṣāṃ... guṇane...) ».

Explications mathématiques

Si, selon la loi du commentaire, le *paṇḍit* donne des explications linguistiques analysant les constructions du texte qu'il commente ainsi que nous venons de le voir sur quelques exemples, la majeure partie des explications est ici d'ordre mathématique.

On peut voir essentiellement deux types d'explications : explications pratiques qui concernent le fonctionnement de la règle, sorte de modes d'emploi des formules et qui apparaissent, le plus souvent, deux fois : sous forme de généralités à la suite de l'exposition de la règle et sous forme d'application pratique au moment de traiter l'exemple qui se rapporte à la règle ; et des justifications, *upapatti*, donnant des raisons à la règle, des preuves pourrait-on dire, surtout dans le *Sūryaprakāśa*.

Les explications pratiques

On ne prendra ici qu'un seul exemple, celui de l'explication de la règle de multiplication donnée par Gaṅgādhara *dans son commentaire sur la Līlāvatī, la plupart des règles et leurs exemples étant commentés au fil du texte avec une disposition analogue à celle-ci.*

« On multipliera le dernier chiffre du multiplicande par le multiplicateur déplacé aussi pour l'avant-dernier et ceux du début. » (*Līlāvatī* 15, p. 78).

Gaṅgādhara commence son commentaire par la définission des deux objets de la multiplication, le multiplicande et le multiplicateur : *« Le multiplicande est celui qui est multiplié ; on multiplie par celui-ci : le multiplicateur. »* Cette glose est à la fois une définition mathématique, elle donne le rôle des deux objets dans l'opération, et une explication grammaticale, elle indique la formation des mots qui désignent ces objets, car le commentateur se sert de formules à l'aide desquelles un lettré indien a appris à former les mots. En l'entendant, le disciple comprendra : le multiplicateur est un nom d'instrument, l'instrument de l'action de multiplier, et ceci lui expliquera le suffixe *ka* qui sert à former *guṇa-ka* (multiplicateur).

L'explication se poursuit ; Gaṅgādhara glose au passage *hanyāt* par *guṇayet* (on multipliera), apporte des précisions quant à la disposition pratique à adopter pour effectuer l'opération : *« On* *multipliera le dernier chiffre du multiplicande,* ***placé en dessous,*** *par le multiplicateur* ***situé au-dessus****… »*, et aussi quant au fait que cette multiplication du dernier chiffre du multiplicande doit être effectuée par tous les chiffres du multiplicateur : *« on le multipliera* ***successivement par les chiffres du multiplicateur, du dernier au premier****. »*

La première étape de l'opération étant expliquée, on passe au principe même de la méthode, que la règle de Bhāskara expose ainsi : *« …déplacé aussi pour l'avant-dernier et ceux du début. »* C'est une méthode itérative que Gaṅgādhara décrit avec précision : *« On multipliera,* ***selon la même méthode de multiplication que pour le dernier chiffre****,* upāntyam ādīn *(l'avant-dernier et ceux du début)* ***tous*** *les chiffres, placés en ligne au-dessous,* ***jusqu'au premier****, par le multiplicateur que l'on* ***déplace pour chacun****. »* La précision : *« placés en ligne au-dessous »*, vient rappeler qu'il s'agit du multiplicande selon la description donnée juste avant. L'explication se termine sur le nom de la méthode : *« jonction des vantaux. »*

Cette méthode, telle que vient de la décrire le commentateur, sera appliquée à la lettre pour traiter l'exemple proposé par Bhāskara.

Aṅkāmṛtasāgarī, p. 83 :

On pose : multiplicande : 135*, multiplicateur :* 12*.*

« On multipliera le dernier chiffre du multiplicande par le multiplicateur. » *Cette multiplication qui a pour nom* « jonction des vantaux »*, professée par* Śrīdharācārya*, est ainsi qu'il suit :* 12 .
135

Un est multiplié par douze : 12*.*

Ensuite, douze doit être placé au-dessus de l'avant-dernier chiffre, on pose : 12 *.*
1235

Trois est multiplié par douze, 36 *est produit.*

Ensuite, le multiplicateur, 12*, doit être placé, par suite d'un glissement, au-dessus du cinq qui est au début. On pose :* 12.
1265
3

Cinq est multiplié par douze, 60 *est produit. Il y a alors disparition du multiplicateur parce qu'en l'absence de multiplicande, ce par quoi on a multiplié est totalement détruit, on pose :* 1260.
36

Après une addition, à l'aide de la règle de la somme, 1620 *est produit.*

Les justifications, *upapatti*

C'est par ce mot que le commentateur introduit des explications qui ne sont pas simplement du domaine de l'emploi de la règle, mais apportent des raisons à son mode de fonctionnement, soit en citant des faits justifiant le bien-fondé de son expression, sorte de preuve juridique – les faits lèvent le doute qui pourrait exister sur le choix qui a été fait –, soit en bâtissant un raisonnement examinant les conséquences indésirables d'un autre choix, sorte de preuve par l'absurde, soit en analysant le fonctionnement d'une autre règle dont elle est le contraire et en montrant que chacune de ses étapes permet de parcourir à l'envers le processus direct et de retrouver, à la fin, les données initiales. Il ne faut pas y voir une démonstration, au sens auquel nous l'entendons aujourd'hui, aucune référence n'étant faite à des prémisses considérées ou établies comme vraies.

Dans le texte, les explications sont, presque invariablement, encadrées par les formules : *atropapattiḥ* (une explication à ce propos) au début, et *ity upapannam* (c'est ainsi expliqué), à la fin.

La première justification que l'on rencontre dans le *Sūryaprakāśa* est de type empirique, quand il s'agit d'expliquer que pour additionner deux nombres de signe négatif ou deux nombres de signes contraires, il faut faire une addition dans le premier cas et une soustraction dans le second. Sūryadāsa utilise pour cela un exemple astronomique : deux mouvements apparents d'une planète dont la résultante donne le mouvement exact (*Sūryaprakāśa*, p. 204). Ces deux mouvements se nomment *udayāntara* et *cara*, termes que nous avons, provisoirement, renoncés à traduire.

Le raisonnement est le suivant : si les deux mouvements sont perçus comme négatifs, soustraire l'un puis l'autre aura le même résultat que si l'on soustrait la somme des deux ; et si l'un est positif, l'autre étant négatif, faire les corrections l'une après l'autre revient à faire une correction avec la différence des deux. Ainsi se trouve légitimée la règle de Bhāskara : *« Dans l'addition de deux négatifs ou de deux positifs on aura la somme ; l'addition d'un positif et d'un négatif sera leur différence même »* (*Bījagaṇita*, formule 3, p. 203).

Le commentaire apporte une précision sur le signe de la différence, qui ne se trouve pas dans la règle, en ajoutant, à la fin, que la correction est effectuée dans la direction la plus importante.

Preuve par l'absurde. Si un autre choix que celui proposé par la règle était fait, on aboutirait à une impossibilité pour certaines procédures qui utilisent cette règle et le système perdrait alors sa cohérence.

Sūryadāsa utilise ce procédé pour justifier que le produit de deux nombres négatifs sera positif (*Sūryaprakāśa*, p. 208).

Voici la règle de multiplication énoncée dans le *Bījagaṇita* :

> *« Le produit de deux positifs [ou] de deux négatifs est positif ; dans le cas du produit d'un positif et d'un négatif, c'est négatif et pour la division aussi c'est expliqué de la même manière. »* (Formule 7, p. 208)

On peut remarquer que la règle ne traite que du problème des signes, la multiplication des nombres proprement dite étant du domaine du *pāṭīgaṇita*, et s'applique aussi à la division. Dans son commentaire, Sūryadāsa montre la cohérence de la règle en guise de justification. Il commence par faire remarquer que multiplier deux nombres positifs donne un résultat positif : *« Que, dans la multiplication* svayoḥ *de deux positifs,* svam *ce soit positif est pertinent »*.

Puis il va expliquer pourquoi le produit de deux nombres négatifs doit être positif lui aussi. Il utilise alors la division : puisque, pour la division, la règle des signes est la même, quand on divise un nombre positif par un nombre négatif, le quotient est négatif et quand on multiplie ce quotient, qu'on vient d'obtenir, par le diviseur négatif, on doit retrouver le dividende qui est positif, sinon on ne pourrait pas poursuivre la division car l'algorithme de celle-ci vise à éliminer progressivement le dividende par des soustractions successives : si le produit de deux nombres négatifs n'était pas positif, mais négatif, le produit du quotient, négatif, par le diviseur, négatif, viendrait s'ajouter au dividende plutôt que s'en soustraire, puisque soustraire un nombre négatif consiste à l'ajouter, et l'élimination du dividende ne pourrait avoir lieu. Le système des opérations perdrait alors sa cohérence.

Ce type d'explication se retrouve en plusieurs endroits, par exemple pour la multiplication d'une inconnue par un nombre (*Sūryaprakāśa*, p. 225) ou pour justifier que, pour les objets particuliers que sont les *karaṇī*, on peut considérer qu'un carré soit négatif (*Sūryaprakāśa*, p. 249).

Utilisation d'une procédure inverse. C'est un procédé qui se rapproche de ce que nous exigeons d'une démonstration car il s'appuie sur une règle considérée comme vraie et qui est exposée dans la *Līlāvatī*, la règle d'inversion :

> *« Dans le cas d'une donnée, pour calculer le nombre [demandé], un diviseur doit être fait multiplicateur ; un multiplicateur, diviseur ; un carré, racine ; une racine, carré ; un négatif, positif ; un positif, négatif. Dans le cas d'une augmentation ou d'une diminution d'une partie aliquote, le dénominateur augmenté ou diminué du numérateur [doit être fait] dénominateur, le numérateur, lui, est inchangé et la suite est comme cela est exposé dans cette règle d'inversion. »*

Sūryadāsa emploie ce type de justification à plusieurs reprises ; très simplement, d'abord, pour expliquer la règle de soustraction des nombres positifs et négatifs (*Sūryaprakāśa*, p. 207) : *« puisque la différence est contraire à l'addition... »*, dit-il, ce qui se passe dans la règle de l'addition est inversé : là où il y avait addition, il y a maintenant soustraction et vice versa.

Une explication plus complexe se rattachant à ce procédé, dans son principe plutôt qu'en utilisant la règle d'inversion à la lettre, consiste à analyser une opération pour justifier la procédure à suivre dans l'opération inverse. Nous en avons un exemple d'une très grande rigueur dans le *Sūryaprakāśa*, à la page 273, à propos de la règle d'extraction de la racine carrée des *karaṇī*.

Voici d'abord la règle :

> *« Dans un carré, on retranchera des entiers égaux à une* karaṇī *ou à deux ou même à plusieurs, du carré de l'entier ; l'entier sera, séparément, augmenté et diminué de la racine du reste. Les deux moitiés de ces [résultats] seront deux* karaṇī *dans la racine. »* (Formules 39 et 40, p. 272)

Sūryadāsa commence par rappeler ce qui se passe quand on élève au carré une *karaṇī* : on obtient la somme de tous les carrés des *karaṇī* et leurs produits deux à deux multipliés par quatre : *« Quand, tout d'abord, le carré des* karaṇī *est effectué comme cela a été formulé, on obtient les carrés de toutes les* karaṇī *qui sont dans la quantité racine ; ensuite, toutes les autres, multipliées par la dernière* karaṇī *quadruplée, sont des* karaṇī. *»*

Puis vient un exposé de la méthode qui va être suivie : celle-ci s'appuie sur une règle du calcul élémentaire qui permet de trouver deux nombres dont on connaît la somme et la différence, la règle *saṃkramaṇa* :

> *« la somme et la différence, ajoutées et retranchées, divisées par deux : les deux nombres sont rappelés ; cela s'appelle* saṃkramaṇa. *»*

Or, nous disposons de la somme des quantités que nous cherchons, puisqu'en conclusion à son analyse de l'élévation au carré, Sūryadāsa remarque : *« Ainsi, l'entier est simplement la somme, qui a été produite, des* karaṇī *appartenant à la racine »* ; il nous faut donc trouver la différence : *« étant donné qu'on a besoin de leur différence. »*

Sūryadāsa fait alors remarquer que si l'on soustrait du carré d'une somme de nombres leurs produits deux à deux quadruplés, on en trouvera la différence : *« il reste le carré de la différence de [deux] quantités quand le produit de ces quantités multiplié par quatre est soustrait du carré de leur somme »*, et l'analyse du procédé d'élévation au carré faite au début nous a justement rappelé que les *karaṇī*, qui ne sont pas des entiers dans le carré de la *karaṇī* dont nous cherchons la racine, sont exactement les produits dont nous avons besoin : *« les entiers égaux aux karaṇī, c'est le produit multiplié par quatre de deux karaṇī de la racine qui devront être* *produites, parce qu'elles sont le premier, multiplié par le dernier, multiplié par quatre »*, il nous faut donc les soustraire, comme le prescrit la règle de Bhāskara, et appliquer la règle *saṃkramaṇa*, qui n'est autre que la fin de la règle analysée par Sūryadāsa.

Explications supplémentaires

Quand une règle manque de précision, le commentateur fournit des explications supplémentaires ou ajoute de petits exemples simples ou, encore, indique des possibilités de développement qui n'existent pas dans le texte de Bhāskara.

Il y a, par exemple, un cas où Bhāskara parle d'une opération sans la décrire : dans le chapitre sur le *kuṭṭaka*, il donne le moyen de trouver les solutions minimales de l'équation : *« Celui du dessus, **réduit au reste** par le dividende irréductible, sera le quotient ; l'autre, [réduit au reste] par le diviseur, sera le multiplicateur »* (*Līlāvatī*, formule 51, p. 153). La *réduction au reste*, *(takṣaṇa)*, n'est pas définie par Bhāskara, ce sont les commentateurs qui vont apporter les précisions nécessaires.

Gaṅgādhara donne, comme d'habitude, une explication sur le mot qui désigne cette opération (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 154) : *« la racine* takṣ *signifie diminuer »*, et il nous explique la façon d'opérer : *« le nombre du dessus est* taṣṭaḥ *par le dividende irréductible, est diminué après une soustraction du dividende ; laissé après des soustractions répétées : réduit au reste, tel est le sens. »* Quant à Sūryadāsa, il se contente d'une explication générale : *« Quand le reste seulement est nécessaire dans une division, le quotient étant inutile, on emploie alors le mot conventionnel* taṣṭa *(réduit au reste) »*, qui s'adresse à ceux qui sont rompus aux méthodes arithmétiques (*Sūryaprakāśa*, p. 299).

Un autre exemple nous est fourni par le *Sūryaprakāśa*, quand il s'agit d'expliquer la règle d'addition des nombres positifs et négatifs, l'énoncé de Bhāskara ne nous renseignant pas sur le signe du résultat : *« Dans l'addition de deux négatifs ou de deux positifs on* *aura la somme ; l'addition d'un positif et d'un négatif sera leur différence même »* (*Bījagaṇita*, formule 3, p. 203). Sūryadāsa apporte la précision manquante : *« Dans une addition de deux nombres, positif et négatif, il y aura leur différence même et celle-ci, en raison de leur appartenance à des classes non identiques, sera semblable [quant au signe] au plus grand nombre »* (*Sūryaprakāśa*, p. 204). Il ajoute même une citation, en vers, dont il ne donne pas l'auteur : *« On dit ceci : « dans une addition de deux positifs, ce sera positif, de deux négatifs, négatif, mais dans l'addition d'un positif et d'un négatif ce sera semblable au plus grand nombre. »*

Ces ajouts du commentateur peuvent aussi bien concerner les exemples. Ainsi, quand il veut expliquer la somme des *karaṇī*, ou la multiplication et la division des racines carrées et montrer que la racine d'un produit, ou d'un quotient, est identique au produit, ou au quotient, des racines, Sūryadāsa construit un exemple très simple en prenant des nombres qui sont des carrés et en effectuant les calculs avec ; cela ne le dispensera pas de traiter, par la suite, les exemples proposés par Bhāskara (*Sūryaprakāśa*, p. 243 et 244).

On trouve aussi des réflexions qui attirent notre attention sur un point particulier, en relation avec une règle précédente ; par exemple, la règle établissant que si un entier est négatif et qu'on l'élève au carré pour le faire entrer dans un calcul concernant des *karaṇī*, alors il faut le considérer comme négatif : *« Le carré d'entiers négatifs sera aussi négatif si celui-ci est calculé pour raison de leur état de* karaṇī*. Et, de même, la racine de* karaṇī *de nature négative sera négative [si elle est prise] pour raison de création d'entiers »* (*Bījagaṇita* 34, p. 247), suscite ce commentaire de la part Sūryadāsa : *« Il faut comprendre qu'ici est mis en lumière la différence de cette [règle]-ci avec celle énonçant qu'il y aura obtention d'un état positif pour le carré d'un négatif, suivant la formule précédemment exposée :* « le carré d'un positif ou d'un négatif est un positif » (*Sūryaprakāśa*, p. 248).

Ou bien, Gaṅgādhara, à propos de la multiplication, compare les règles données par Śrīdhara dans son *Pāṭīgaṇita* avec celles énoncées par Bhāskara et fait remarquer qu'une règle du *Pāṭīgaṇita* ne se trouve pas dans la *Līlāvatī*; il cite alors un vers de Śrīdhara expliquant le nom de la méthode, le commente, et nous explique ensuite la différence entre la règle de la *Līlāvatī* et celle du *Pāṭīgaṇita* : *« Voici la distinction : dans celle qui a pour nom technique* kapāṭasaṃdhi*, le multiplicateur, placé au-dessus du multiplicande à la manière de la jonction des vantaux, multipliera les nombres du dernier au premier en glissant à chaque fois ; dans la méthode* tatstha*, en revanche, seulement posé à sa place, il multipliera les nombres du dernier au premier »* (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 86).

Gaṅgādhara conclut sa comparaison en nous fournissant des renseignements sur les utilisateurs de la méthode de Śrīdhara ainsi que sur les outils qui la rendent préférable : *« Et cette [multiplication]* tatstha *est montrée séparément par le maître parce qu'elle est utile à la production du résultat dans le cas de chiffres posés sur une feuille et est bien connue dans le monde des mathématiciens originaires de différents pays et appointés par les rois et des marchands. »*

Enfin, on a aussi des renseignements sur le formalisme à utiliser dans les opérations, comment noter les nombres négatifs, par exemple : *« On fera la somme ou la différence après avoir marqué d'un signe la nature positive ou négative des nombres de la manière suivante : les nombres qui sont positifs restent exactement tels qu'ils sont et ceux qui sont négatifs ont un point au-dessus »* (*Sūryaprakāśa*, p. 206).

Ou bien, cette présentation d'une véritable notation polynômiale : pour noter les produits d'inconnues de classes différentes, on met *« une lettre du nom de celui par lequel on multiplie ainsi qu'une lettre du nom de l'autre et le mot « produit », on a ainsi trois lettres. On appelle, ici,* bhāvitam *le nom particulier [ainsi] produit parce qu'il est un indicateur de multiplication de couleurs de différentes [classes]. Par exemple, noir* (kāla) *étant multiplié par autant que* (yāvattāvat) *on a* yākābhā *; de même, bleu* (nīla) *étant multiplié par noir* (kāla) *on a* kānībhā*. On doit écrire en ayant d'abord mis la syllabe du multiplicateur »* (*Sūryaprakāśa*, p. 224).

On a même, à la fin de la leçon sur la multiplication des inconnues, une réflexion de Sūryadāsa, en rapport avec le nom sanskrit du produit, *bhāvitam* (ce qui est fait exister), sur les possibilités que donne le formalisme : *« La marque de la multiplication de couleurs différentes est* « produit »*, de sorte que, dans un champ qui a ses quatre angles égaux et dont la hauteur et la base sont inconnues, après avoir choisi deux mesures couleurs pour la hauteur et la base, le résultat existe sous le nom de* « produit »*, ceci même est la nature du [résultat] »* (*Sūryaprakāśa*, p. 225).

Les commentaires, guides de lecture

Les traités scientifiques indiens se caractérisent par un style très condensé où tout mot, voire toute syllabe, inutile est prohibé ; voici ce que dit Bhāskara au début de la *Līlāvatī*, dans la première strophe : *« (...) je prononce, avec des mots brillants, agréables, aux syllabes réduites, une méthode de bon calcul qui procure une joie vive, est franche, et possède la grâce du jeu. »* (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 61). En commentant ce passage, Gaṅgādhara insiste : *« avec des mots (...) qui ont peu de syllabes, (...) sont faciles à prononcer, (...) et où sont évitées les syllabes inutiles. »* (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 62). Le commentateur nous montre parfois comment lire ces œuvres en nous faisant découvrir les procédés employés par l'auteur ; en voici un exemple, emprunté à Gaṅgādhara.

Dans sa formule pour la multiplication, que nous avons déjà étudiée à propos des explications pratiques (voir p. 41), Bhāskara nous donne le minimum de détails pour effectuer la première méthode de multiplication : *« On multipliera le dernier chiffre du multiplicande par le multiplicateur déplacé aussi pour l'avant-dernier et ceux du début* (guṇy**āntyam** aṅkaṃ guṇakena hanyād utsāritenaivam upāntyam ādīn)*. »* (*Līlāvatī* 15, p. 78) Dans la formule qu'il donne pour la division, il en dit encore moins : *« Dans la division, le quotient sera spécifiquement ce par quoi le diviseur multiplié, à partir du dernier [rang], se retire du dividende* (bhājyād dharaḥ śudhyati yadguṇaḥ syād **antyāt** phalaṃ tat khalu bhāgahāre)*. »* (*Līlāvatī* 18, p. 87).

Gaṅgādhara apporte les explications nécessaires pour que nous puissions effectuer pratiquement une division, de la manière suivante : *« À cause du mot* **antyāt***, on doit savoir que, **comme dans la règle de la multiplication**, le diviseur, glissant vers l'avant-*

dernier et les suivants aussi, est le diviseur des [chiffres] à diviser qui se tiennent sur une ligne et qu'à chaque étape du déplacement il y a obtention d'un chiffre... » (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 87)

Il faut ainsi comprendre que le maître, dans sa recherche de concision, a laissé un fil conducteur, un mot, qui permet de comprendre comment exécuter la règle malgré l'absence de description d'un algorithme, parce que cet algorithme a déjà été donné.

Ce procédé, qui peut nous paraître un peu forcé, est à comprendre en relation avec la formation traditionnelle d'un *paṇḍit* indien dans laquelle la grammaire, et spécialement Pāṇini, occupe une place prépondérante. La grammaire de Pāṇini est constituée d'une succession de règles, *sūtra*, très brèves, agencées de façon logique pour que certaines règles puissent être reconduites dans d'autres, ce qui contribue à la concision de l'exposition. Voici ce qu'en dit Louis Renou, dans son introduction à l'édition d'un traité de grammaire, la *Durghaṭavṛtti* de Śaraṇadeva (Renou, 1940) : *« L'ordre dans lequel se suivent les* sūtra *est un ordre logique ; mais il est assujetti dans le détail à des nécessités internes (éventuellement aussi à des soucis pédagogiques), notamment au principe des* adhikāra *ou* sūtra *de « tête de chapitre », qui consistent en l'*anuvṛtti *ou « récurrence » dans un ou plusieurs* sūtra *consécutifs d'éléments antérieurement posés. »* Il peut apparaître, ainsi, tout naturel à un commentateur, que certaines règles, ou parties de règles, doivent être reconduites dans des règles ultérieures.

La profonde influence de la structure de la grammaire de Pāṇini peut nous permettre de comprendre la construction logique des traités de Bhāskara et celle de leurs commentaires ; voici un exemple pris dans le *Sūryaprakāśa*.

Au début du *Bījagaṇita*, comme dans la *Līlāvatī*, les règles opératoires se succèdent en ordre : addition, soustraction, multiplication, division, carré, racine carrée. À partir du chapitre sur les inconnues, l'ordre commence à être perturbé : la règle d'élévation au carré est donnée avant celle de la division, avec une référence à la *Līlāvatī* (les nombres manifestés) et une au chapitre suivant, traitant des *karaṇī* (règle 23, p. 227) : *« On doit penser ici, de la même manière, à la règle de multiplication par parts dite pour les* *nombres manifestés, dans le cas du carré des [nombres] non manifestés et dans celui de la multiplication des* karaṇī. *»* Il n'y aura donc pas de règle pour l'élévation au carré des inconnues après la règle de division, ni de règle de multiplication pour les *karaṇī*, au chapitre suivant, seulement des exemples, mais il n'y aura pas, non plus, de règle pour la division des *karaṇī*, pas plus que d'exemples, ce qui n'empêche pas Sūryadāsa de faire un long commentaire sur le sujet et d'introduire la seule règle de ce passage comme ceci : *« Maintenant, l'auteur dit une formule concernant la division des* karaṇī*, à l'aide d'une* **autre** *méthode. »* (*Sūryaprakāśa*, p. 257).

On peut reconstituer un lien de pensée logique qui conduit le commentateur à dire : *« une autre méthode »*, alors qu'aucune règle sur le sujet n'a été précédemment énoncée.

Dans la *Līlāvatī*, il y a une règle de multiplication suivie d'un exemple qui se termine avec une anticipation sur la division : *« Et ceux qui ont été multipliés, divisés par le multiplicateur, dis combien ils produisent »* (*Līlāvatī* 17, p. 83). La règle de division n'est suivie d'aucune strophe qui propose un exemple, une simple phrase en prose indique : *« Ici, on pose les nombres qui ont été multipliés dans l'exemple précédent, pour lesquels les diviseurs sont leurs multiplicateurs »*, ce que le commentateur interprète comme l'exemple de division (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 87).

Si on observe la succession des règles de multiplication et de division des inconnues dans le *Bījagaṇita*, on a une formule en deux parties pour la multiplication, que le commentateur a séparées[16] ; la première, donne le principe opératoire, la deuxième fait observer, d'une part, que la méthode donnée est identique à celle du calcul élémentaire : « la multiplication par parts » (*Līlāvatī* 15, p. 78), d'autre part, que cette méthode est applicable à la multiplication des *karaṇī*, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer plus haut (règles 22 et 23, p. 226 et 227 du *Sūryaprakāśa*). La division des inconnues n'a pas de strophe d'exemple, mais, suivant les directives données dans la *Līlāvatī*, le commentateur prend comme

[16] Bien qu'apparaissant séparées par le commentaire, ces deux parties forment une seule et même strophe, car chacune est constituée de deux vers *(pāda)* du même mètre et il faut quatre vers pour constituer une strophe.

exemple le résultat de l'exemple donné pour la division pour en bâtir un. Au chapitre des *karaṇī*, il va, tout naturellement, construire de même l'exemple de la division en utilisant les résultats de celui de la multiplication et le traiter en utilisant la règle donnée pour la division des inconnues, étendant ainsi à la division ce qui a été prescrit pour la multiplication, à savoir : utiliser le même algorithme pour les inconnues et les *karaṇī*, et rétablissant ainsi la règle manquante. Sūryadāsa n'est d'ailleurs pas le seul commentateur à combler cette lacune de cette manière, nous avons signalé qu'un autre commentateur, Kṛṣṇa, fait la même chose dans son *Bījapallava* (*Sūryaprakāśa*, p. 255).

Il ne nous semble pas que la seule fonction des commentaires soit de paraphraser un texte difficile d'accès en raison de sa présentation sous forme d'aphorismes, mais qu'ils sont aussi des « cours » originaux utilisant les textes très célèbres de Bhāskara comme supports pour leurs propres développements. Nos connaissances de ces commentaires sont encore trop insuffisantes pour pouvoir affirmer cela avec certitude, mais en consultant quelques autres commentaires, à propos de ces mêmes œuvres, nous pouvons nous rendre compte de différences d'interprétations qui conduisent à des procédés de calculs différents les uns des autres. Nous avons donné, comme illustration de ce fait, une comparaison entre la méthode de calcul du carré dans la *Līlāvatī*, telle que l'explique Gaṅgādhara, et celle d'un autre commentaire sur la même règle, en donnant la traduction complète du commentaire de la *Kriyākramakarī* sur ce passage (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 90 à 94).

D'autre part, on peut observer, en examinant les quelques passages d'autres commentaires que nous avons cités, que les différents commentateurs donnent des explications plus ou moins précises sur un sujet donné ; par exemple, à propos de la multiplication par zéro, on remarquera une absence d'explication chez Gaṅgādhara (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 140), une explication de type intuitif chez Sūryadāsa : *« Un nombre multiplié par zéro est zéro, parce* *que celui-ci n'est pas du domaine des nombres par lui-même ; telle est l'idée »* (*Sūryaprakāśa*, p. 214), ou une véritable démonstration chez Gaṇeśa, même si celle-ci n'a pas la généralité que nous en exigeons aujourd'hui (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 142). S'agit-il d'un simple choix du commentateur ou d'un progrès dans les connaissances ?

Enfin, on remarquera le grand développement que Sūryadāsa donne au chapitre sur les *karaṇī*, par rapport aux autres chapitres : les explications y sont plus longues, plus détaillées, même si certains passages sont corrompus ; il prend un soin extrême à traiter tous les exemples, pour toutes les opérations, et élargit son commentaire au calcul des racines approchées que, Bhāskara n'aborde pas, en faisant référence aux œuvres de son père Jñānarāja. On peut se demander s'il n'y avait pas à cette époque, autour de cette lignée d'astronomes, une « école » spécialisée sur les problèmes de calculs de racines. Les œuvres de Jñānarāja nous sont connues mais sont inédites, une partie de la réponse est peut-être dedans.

Nous pouvons faire une remarque finale sur une manière d'exposer les mathématiques qui peut paraître étrange si nous la comparons à notre propre pratique d'exposition de cette matière.

À plusieurs reprises, Bhāskara donne une règle, ou un ensemble de règles, qui fixent une méthode opératoire, puis, un peu plus loin, une nouvelle règle vient restreindre ou modifier la règle principale. Il en est ainsi, par exemple pour l'exposition de la méthode du *kuṭṭaka* ; on a, d'abord, l'énoncé d'un problème d'existence : deux des trois nombres entiers qui forment les données du *kuṭṭaka* ne peuvent avoir un diviseur commun sans que ce diviseur ne soit aussi un diviseur du troisième : règle 48 (*Aṅkāmṛtasāgarī*, p. 152), puis vient l'exposition de la méthode de résolution : règle 51 ; enfin, la dernière règle, 52, vient restreindre l'usage de la règle précédente au cas où le nombre de quotients, obtenus dans l'algorithme, est pair et expose la méthode dans le cas d'un nombre impair de quotients : *« Il en est ainsi seulement quand les quotients seront en nombre pair ; s'ils sont en nombre impair, alors, le quotient et le multiplicateur, tels qu'ils ont été obtenus, doivent être soustraits de leurs propres réducteurs et le quotient et le multiplicateur sont mesurés par les restes. »*

On peut observer, à deux reprises, cette manière de faire dans le chapitre sur les *karaṇī* : d'une part, quand il s'agit d'élever un nombre au carré, pour le faire entrer dans un calcul avec des *karaṇī*, d'autre part, dans la méthode de calcul des racines.

La règle 34 du *Bījagaṇita* (*Sūryaprakāśa*, p. 247), qui expose ce qu'il convient de faire lorsqu'on se trouve en présence d'un entier négatif qu'on a besoin de faire entrer dans un calcul avec des *karaṇī*, vient entraver la règle générale d'élévation au carré, règle 10 (p. 210), en indiquant que, dans ce cas, le carré conservera le signe négatif de l'entier : *« Le carré d'entiers négatifs sera aussi négatif si celui-ci est calculé pour raison de leur état de* karaṇī. *Et, de même, la racine de* karaṇī *de nature négative sera négative [si elle est prise] pour raison de création d'entiers. »*

La procédure d'extraction de racine pour les *karaṇī* est exposée en plusieurs temps : d'abord une règle générale (formules 39 et 40, *Sūryaprakāśa* p. 272), suivie d'exemples et, après une règle qui fixe la situation des *karaṇī* négatives dans cette procédure, viennent quatre règles qui permettent d'exclure du calcul les *karaṇī* qui ne seraient pas des carrés et pour lesquelles le calcul d'extraction d'une racine carrée est donc impossible (formules 44 à 47, *Sūryaprakāśa*, p. 283). L'entrave, dans ce cas, ne porte pas tant sur la règle générale que sur les objets concernés par celle-ci.

On peut, peut-être, voir dans cette manière d'exposer, qui procède à l'inverse de la nôtre, car nos règles de mathématiques contiennent les restrictions d'application dès l'énoncé de la règle générale, une autre influence de la grammaire, dans laquelle les règles sont construites sur ce modèle : une règle générale *(utsarga)* se trouvant, dans certains cas, modifiée par une règle particulière qui entrave son application *(apavāda)*. Cela n'a pas d'inconvénient dans le système indien de transmission du savoir car, comme nous l'avons fait remarquer, au début de ce chapitre, le disciple, qui suit le commentaire du maître, a déjà appris par cœur, au préalable, l'ensemble de l'œuvre sur laquelle porte le commentaire.