Après les progressions arithmétiques, sont abordées les progressions géométriques, suites de nombres dont chaque terme se déduit du précédent par une multiplication par un nombre fixe, la raison.

La règle donne le moyen de calculer la somme des termes d'une telle suite, connaissant le premier terme, le nombre de termes et la raison.

Ce calcul impliquant le calcul d'une puissance, qui peut être élévée, d'un nombre, la première partie de la règle donne un moyen pour calculer cette puissance en n'utilisant que des multiplications par la raison et des élévations au carré.

Voici ce procédé appliqué au nombre 30 *(voir l'exemple qui suit) :* 30 *est pair, on le divise par* 2 *et on pose « carré » sur une ligne ;* 15 *est impair, on lui soustrait* 1 *et on pose « multiplicateur » sur la ligne. Le procédé se poursuit « jusqu'à épuisement du nombre », c'est-à-dire jusqu'à obtenir* 1*. Le tableau suivant montre la succession des opérations pour* 30 *:*

30	*15*	*14*	*7*	*6*	*3*	*2*	*1*
c	*m*	*c*	*m*	*c*	*m*	*c*	

Pour calculer r^{30} *(dans l'exemple,* $r = 2$*), on applique à* r *les opérations de multiplication et d'élévation au carré dans l'ordre où elles apparaissent sur la ligne, en commençant par la fin. Pour faciliter la lecture, nous présentons les calculs verticalement :*

$$
\begin{array}{c|l}
c & r^2 \\
m & r^2 \times r \\
c & (r^2 \times r)^2 \\
m & (r^2 \times r)^2 \times r \\
c & \left((r^2 \times r)^2 \times r\right)^2 \\
m & \left(\left((r^2 \times r)^2 \times r\right)^2\right) \times r \\
c & \left(\left(\left((r^2 \times r)^2 \times r\right)^2\right) \times r\right)^2 = \left(\left((r^2 \times r)^2 \times r\right)^2\right)^2 \times r^2 \\
 & \qquad = \left((r^2 \times r)^2 \times r\right)^4 \times r^2 \\
 & \qquad = (r^2 \times r)^8 \times r^4 \times r^2 \\
 & \qquad = r^{16} \times r^8 \times r^4 \times r^2
\end{array}
$$

On voit que les opérations éffectuées se limitent à une succession de multiplication par la raison et par des élévations au carré.

Sur la dernière ligne, nous avons développé la dernière opération, ce qui met en valeur le procédé utilisé dans l'algorithme de décomposition du nombre 30 *:* $30 = 16 + 8 + 4 + 2 = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2$ *; c'est son écriture binaire.*

Cette méthode de calcul d'une puissance est utilisée en informatique sous le nom d'« exponentiation rapide ».

L'exemple choisi (30) *ne met pas en valeur le fait qu'il faille exécuter les opérations « multiplicateur-carré » en commençant par la fin de la ligne, puisqu'on obtient une décomposition symétrique ; il suffit de décomposer* 37*, par exemple, pour voir que le sens de lecture de la ligne obtenue est important ; on obtient avec* 37 *: m-c-c-m-c-c-c.*

La formule donnant la somme des termes d'une progression géométrique de raison r *et de premier terme* a*, écrite avec nos notations modernes, est celle-ci,* n *étant le nombre* *de termes :*

$$S = a\,\frac{r^n - 1}{r - 1}$$